

УДИВИТЕЛЬНЫЙ МИР ЧИСЕЛ



*Старостин Егор Сергеевич, ГБОУ КШИ КККК им.М.П.Бабыча,
7«а» класс
Научный руководитель: Н.В. Андрафанова, учитель математики*

АКТУАЛЬНОСТЬ ИССЛЕДОВАНИЯ

Анкетирование учащихся 7А и 10А классов (37 человек) Кубанского казачьего кадетского корпуса им. атамана М.П.Бабыча показало, что они хотели бы расширить свои знания о натуральных числах и особых свойствах некоторых из них, так как мало знают о них.



6. Как вы думаете, бывают совершенные числа? Если бывают, назовите какое-нибудь из них.

7. Как вы думаете, числа обладают божественными свойствами? Приведите пример таких чисел.

ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ

Цель исследования: познакомиться с числами и числовыми последовательностями, обладающими особыми «божественными» свойствами.

Задачи:

- Изучить и проанализировать литературу по теме исследования.
- Познакомиться со свойствами исследуемых натуральных чисел и числовых последовательностей.
- Выяснить, почему свойства некоторых натуральных чисел считали особыми «божественными» свойствами, а сами числа даже называли «божественными».

ХОД ИССЛЕДОВАНИЯ

Особые числа древности

Числа с фантастическими названиями

Совершенные числа

Дружественные числа

Компанейские числа

Числа, у которых есть имя

Число Ф

Числа Фибоначчи

ОСОБЫЕ ЧИСЛА ДРЕВНОСТИ

По мнению Пифагора, числа были основой всего сущего, и некоторые почитались как боги:

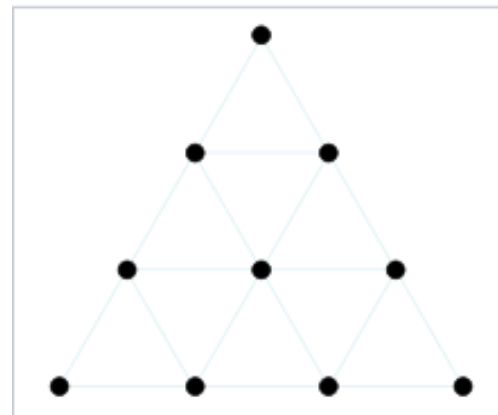
7 было в высшей степени священным, достойным поклонения, числом мудрости

8 – правосудия

10 считалось священным числом, числом высшего порядка

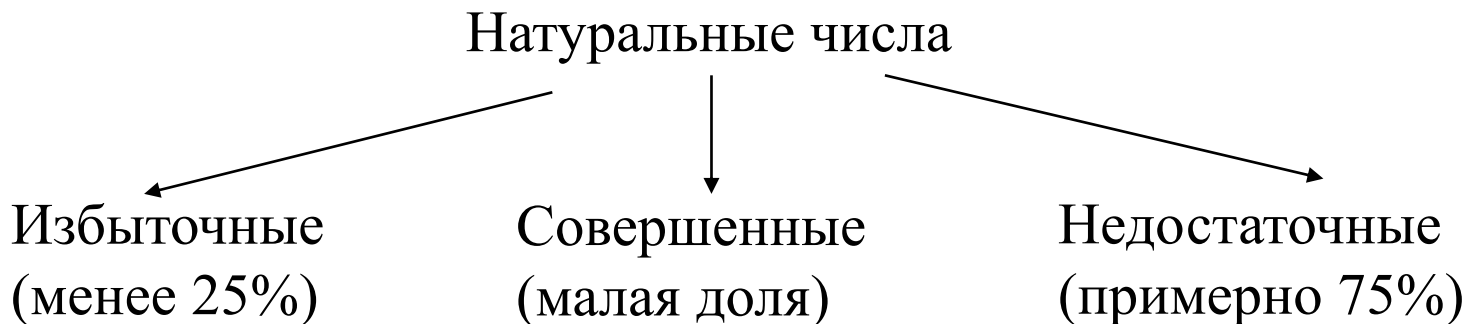
$10=1+2+3+4$ («священная четверица»)

Священный символ – Тетрактис



ЧИСЛА С ФАНТАСТИЧЕСКИМИ НАЗВАНИЯМИ

СОВЕРШЕННЫЕ ЧИСЛА



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

	избыточные числа (21 из 99)	21%
	совершенные числа (2 из 99)	2%
	недостаточные числа (76 из 99)	77%

КОМПЬЮТЕРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

```
var N,i,j, sum:longint;  
begin  
Write ('Введите N: '); readln(N);  
  for i:=2 to N do  
  begin  
    Sum:=0;  
    For j:=1 to i-1 do  
      If I mod j = 0 then sum:=sum+j;  
    If sum=i then writeln (i, ' совершенное');  
  end  
end.
```

Окно вывода

```
Введите N: 1000000000  
6 совершенное  
28 совершенное  
496 совершенное  
8128 совершенное
```

```
var N,i,j, Sum:int64;  
Begin  
Write ('Введите N: '); readln(N);  
  i:=2;  
  while i<=N do  
  begin  
    Sum:=1;  
    j:=2;  
    while j*j<i do  
    begin  
      If i mod j = 0 then Sum:=Sum+j+ i div j;  
      j:=j+1;  
    end;  
    If Sum=i then writeln (i, ' совершенное');  
    i:=i+2  
  end  
End.
```

Окно вывода

```
Введите N: 100000000  
6 совершенное  
28 совершенное  
496 совершенное  
8128 совершенное  
33550336 совершенное
```

СОВЕРШЕННЫЕ ЧИСЛА

Свойство 1. Все совершенные числа (кроме 6) являются суммой кубов последовательных нечетных натуральных чисел: $28=1^3+3^3$

Свойство 2. Сумма всех чисел, обратных делителям совершенного числа, равна 2.

Свойство 3. Все четные совершенные числа, кроме 6 и 496, заканчиваются в десятичной записи на 16, 28, 36, 56 или 76.

Свойство 4. Если сложить все цифры четного совершенного числа (кроме 6), затем сложить все цифры полученного числа и так повторять, пока не получится однозначное число, то это число будет равно 1.

Свойство 5. Все четные совершенные числа являются треугольными числами, т.е. могут быть представлены в виде $n(2n-1)$ для некоторого натурального n :

$$n = 2, \quad 2 \cdot (2 \cdot 2 - 1) = 6$$

СОВЕРШЕННЫЕ ЧИСЛА

Свойство 6. Число $2^{n-1} \cdot (2^n - 1)$ является совершенным, если число $2^n - 1$ является простым (имеет ровно два различных натуральных делителя: 1 и само себя).

$$n = 31, \quad 2^{31-1} \cdot (2^{31} - 1) = 1024 \cdot 1024 \cdot 1024 \cdot 1073741824 = 2305843008139952128$$

```
const st=31;
var n,k,i:byte; j,ch,ch1,ch2:int64;

Begin
for n:=2 to st do
begin
ch:=1;
for i:=1 to n do ch:=ch*2; {поиск n-ой степени числа 2}
ch1:=ch-1;                {вычисляется 2^n-1}
ch2:=round(ch/2);        {вычисляется n-1-я степень числа 2}
k:=0;
for j:=1 to ch1 do
if ch1 mod j=0 then k:=k+1; {проверка является ли 2^n-1 простым числом}
if k=2 then writeln ('n=',n,' ',ch1*ch2); {если два делителя, то вычисляем совершенное число}
end
end.
```

```
n=2 6
n=3 28
n=5 496
n=7 8128
n=13 33550336
n=17 8589869056
n=19 137438691328
n=31 2305843008139952128
```

ДРУЖЕСТВЕННЫЕ ЧИСЛА

КОМПАНЕЙСКИЕ ЧИСЛА

220	2	Делители:		284	2	Делители:
110	2	2·2=4		142	2	2·2=4
55	5	2·5=10		71	71	2·71=142
11	11	2·11=22		1		
1		2·2·5=20				
		2·2·11=44		284=2·2·71·1		1,2,4,71,142,284
		5·11=55				
220=2·2·5·11·1		1,2,4,5,10,11,20,22,44,55,110,220				

Сумма собственных делителей числа **220**:

$$1+2+4+5+10+11+20+22+44+55+110=284.$$

Сумма собственных делителей числа **284**:

$$1+2+4+71+142=220$$

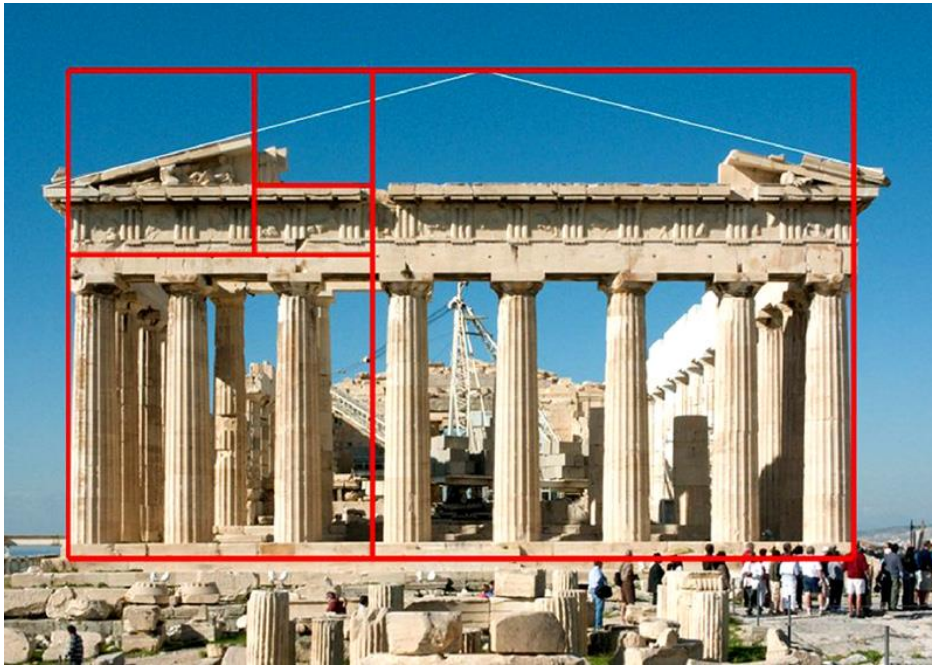
Пример пятерки компанийских чисел:

$$12\ 496, 14288, 15\ 472, 14\ 536, 14\ 264.$$

ЧИСЛА, У КОТОРЫХ ЕСТЬ ИМЯ

Число Ф

Божественная пропорция $\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a}$ $\frac{a}{b} = \Phi$



...; 0,090; 0,146; 0,236; 0,382; 0,618

$$1 = 0,618 + 0,382;$$

$$\frac{0,618 + 0,382}{0,618} = \frac{0,618}{0,382} \approx 1,62$$

$$0,618 = 0,382 + 0,236;$$

$$\frac{0,382 + 0,236}{0,382} = \frac{0,382}{0,236} \approx 1,62$$

ЧИСЛА ФИБОНАЧЧИ

С числом Бога тесно связана последовательность чисел, в которой каждое следующее число последовательности равно сумме двух предыдущих. Речь идет о последовательности некоторых натуральных чисел: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377...

$$\frac{1}{1} = 1 ;$$

$$\frac{2}{1} = 2 ;$$

$$\frac{3}{2} = 1,5 ;$$

$$\frac{5}{3} \approx 1,67 ;$$

$$\frac{8}{5} = 1,6 ;$$

$$\frac{13}{8} = 1,625 ;$$

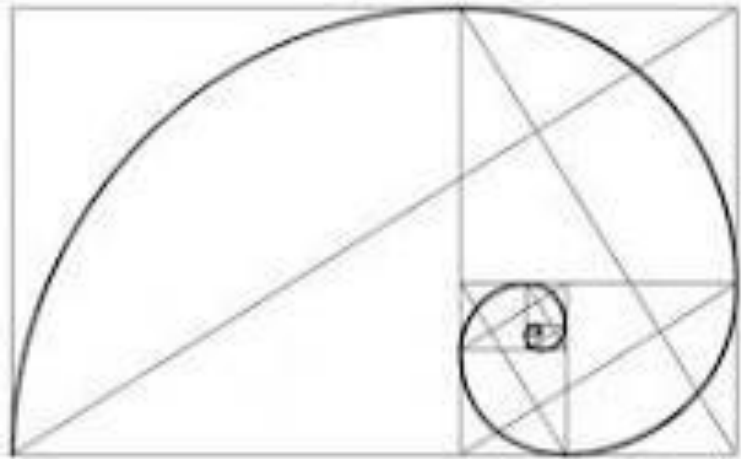
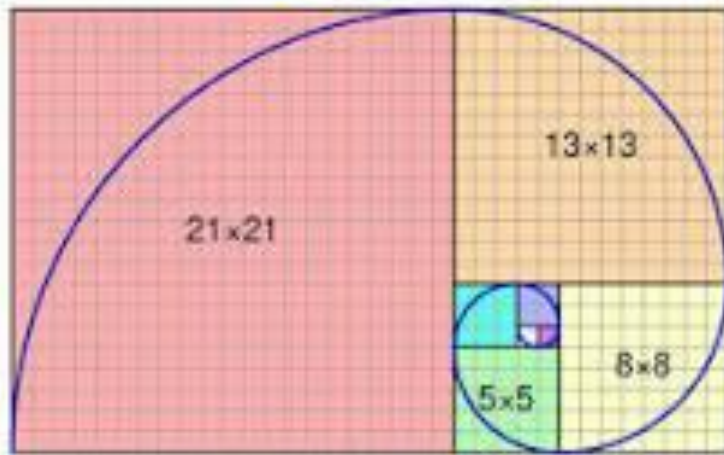
$$\frac{21}{13} \approx 1,615 ;$$

$$\frac{34}{21} \approx 1,619$$

$$\frac{55}{34} \approx 1,618$$

$$\frac{89}{55} \approx 1,618$$

ЧИСЛА ФИБОНАЧЧИ



ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате исследования расширились знания о натуральных числах и пополнились интересным сведениями: о совершенных, дружественных, компанейских числах, которым в древности приписывали «божественные» свойства.

Изучены свойства этих чисел, проведен компьютерный эксперимент поиска совершенных чисел, вычислительный эксперимент поиска дружественных чисел и единственной на сегодняшний день пятерки компанейских чисел.

Знакомство с числом Φ (числом Бога) открыло новые знания об особой пропорции – Божественной пропорции и связанной с ней идеей красоты и совершенства, которыми было увлечено человечество прошлых веков, и знания о которой активно применяют в наше время в искусстве, архитектуре, дизайне и фотографии.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!